Урок 2. Дискретные распределения вероятностей

Условие:

1. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень, выстрелив один раз, равна 0.8. Стрелок выстрелил 100 раз. Найдите вероятность того, что стрелок попадет в цель ровно 85 раз.

Чтобы найти вероятность того, что стрелок попадет в цель ровно 85 раз, мы можем использовать формулу Бернулли:

P(X = 85) = C(100, 85) \* (0.8^85) \* (0.2^15)

где C(100, 85) - это биномиальный коэффициент, вычисляемый как C(100, 85) = 100! / (85! \* 15!), 0.8 - вероятность того, что стрелок попадет в цель один раз, 0.2 - вероятность того, что стрелок не попадет в цель один раз.

Посчитаем биномиальный коэффициент: C(100, 85) = 100! / (85! \* 15!) = 100 \* 99 \* 98 \* ... \* 17 / (85 \* 84 \* 83 \* ... \* 17) = 100 \* 99 / 15 = 6,634,800.

Теперь вычислим вероятность: P(X = 85) = 6,634,800 \* (0.8^85) \* (0.2^15) = 0.045.

Ответ: P(X = 85) = 0.045.

1. Вероятность того, что лампочка перегорит в течение первого дня эксплуатации, равна 0.0004. В жилом комплексе после ремонта в один день включили 5000 новых лампочек. Какова вероятность, что ни одна из них не перегорит в первый день? Какова вероятность, что перегорят ровно две?

Чтобы найти вероятность того, что ни одна из лампочек не перегорит в первый день, мы можем использовать формулу Бернулли:

P(X = 0) = C(5000, 0) \* (0.0004^0) \* (0.9996^5000)

где C(5000, 0) - это биномиальный коэффициент, вычисляемый как C(5000, 0) = 5000! / (0! \* 5000!), 0.0004 - вероятность того, что лампочка перегорит в течение первого дня эксплуатации, 0.9996 - вероятность того, что лампочка не перегорит в течение первого дня эксплуатации.

Посчитаем биномиальный коэффициент: C(5000, 0) = 5000! / (0! \* 5000!) = 1.

Теперь вычислим вероятность: P(X = 0) = 1 \* (0.0004^0) \* (0.9996^5000) = 0.135.

Ответ: P(X = 0) = 0.135.

Чтобы найти вероятность того, что перегорят ровно две лампочки, мы можем использовать формулу Бернулли:

P(X = 2) = C(5000, 2) \* (0.0004^2) \* (0.9996^4998)

где C(5000, 2) - это биномиальный коэффициент, вычисляемый как C(5000, 2) = 5000! / (2! \* 4998!), 0.0004 - вероятность того, что лампочка перегорит в течение первого дня эксплуатации, 0.9996 - вероятность того, что лампочка не перегорит в течение первого дня эксплуатации.

Посчитаем биномиальный коэффициент: C(5000, 2) = 5000! / (2! \* 4998!) = 5000 \* 4999 / 2 = 24,995,000.

Теперь вычислим вероятность: P(X = 2) = 24,995,000 \* (0.0004^2) \* (0.9996^4998) = 0.242.

Ответ: P(X = 2) = 0.242.

1. Монету подбросили 144 раза. Какова вероятность, что орел выпадет ровно 70 раз?

Чтобы найти вероятность того, что орел выпадет ровно 70 раз, мы можем использовать формулу Бернулли:

P(X = 70) = C(144, 70) \* (0.5^70) \* (0.5^74)

где C(144, 70) - это биномиальный коэффициент, вычисляемый как C(144, 70) = 144! / (70! \* 74!), 0.5 - вероятность того, что орел выпадет один раз, 0.5 - вероятность того, что решка выпадет один раз.

Посчитаем биномиальный коэффициент: C(144, 70) = 144! / (70! \* 74!) = 144 \* 143 \* 142 \* ... \* 75 / (70 \* 69 \* 68 \* ... \* 1) = 144 \* 143 / 70 = 16,796.

Теперь вычислим вероятность: P(X = 70) = 16,796 \* (0.5^70) \* (0.5^74) = 0.025.

Ответ: P(X = 70) = 0.025.

1. В первом ящике находится 10 мячей, из которых 7 - белые. Во втором ящике - 11 мячей, из которых 9 белых. Из каждого ящика вытаскивают случайным образом по два мяча. А) Какова вероятность того, что все мячи белые? Б) Какова вероятность того, что ровно два мяча белые? В) Какова вероятность того, что хотя бы один мяч белый?

Чтобы найти вероятность того, что все мячи белые, мы можем использовать формулу Бернулли: P(X = 4) = C(4, 4) \* (7/10 \* 6/9) \* (9/11 \* 8/10) где C(4, 4) - это биномиальный коэффициент, вычисляемый как C(4, 4) = 4! / (4! \* 0!), 7/10 - вероятность того, что из первого ящика вытащат белый мяч, 6/9 - вероятность того, что из первого ящика вытащат еще один белый мяч, 9/11 - вероятность того, что из второго ящика вытащат белый мяч, 8/10 - вероятность того, что из второго ящика вытащат еще один белый мяч. Посчитаем биномиальный коэффициент: C(4, 4) = 4! / (4! \* 0!) = 1. Теперь вычислим вероятность: P(X = 4) = 1 \* (7/10 \* 6/9) \* (9/11 \* 8/10) = 0.307. Чтобы найти вероятность того, что ровно два мяча белые, мы можем использовать ту же формулу, но с разными значениями биномиального коэффициента. Например, для случая, когда один мяч из первого ящика и один мяч из второго ящика белые: P(X = 2) = C(4, 2) \* (7/10 \* 3/9) \* (9/11 \* 2/10) Посчитаем биномиальный коэффициент: C(4, 2) = 4! / (2! \* 2!) = 6.

В данном случае мы считаем количество белых мячей, поэтому X = 2. Тогда формула будет выглядеть так: P(X = 2) = C(4, 2) \* (7/10 \* 3/9) \* (9/11 \* 2/10) = 0.504. Чтобы найти вероятность того, что хотя бы один мяч белый, мы можем воспользоваться формулой полной вероятности: P(X >= 1) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4). Посчитаем каждый из этих элементов: P(X = 0) = C(4, 0) \* (3/10 \* 2/9) \* (2/11 \* 3/10) = 0.012, P(X = 1) = C(4, 1) \* (7/10 \* 3/9) \* (9/11 \* 3/10) + C(4, 1) \* (3/10 \* 7/9) \* (9/11 \* 3/10) + C(4, 1) \* (3/10 \* 2/9) \* (2/11 \* 7/10) = 0.252, P(X = 2) = 0.504, P(X = 3) = C(4, 3) \* (7/10 \* 3/9) \* (9/11 \* 2/10) + C(4, 3) \* (3/10 \* 7/9) \* (9/11 \* 2/10) + C(4, 3) \* (3/10 \* 2/9) \* (2/11 \* 7/10) = 0.126, P(X = 4) = 0.307.

Вероятность того, что ровно два мяча белые, можно найти, используя формулу Бернулли: P(X = 2) = C(4, 2) \* (7/10 \* 3/9) \* (9/11 \* 2/10) + C(4, 2) \* (3/10 \* 7/9) \* (9/11 \* 2/10) + C(4, 2) \* (7/10 \* 3/9) \* (2/11 \* 9/10) + C(4, 2) \* (3/10 \* 7/9) \* (2/11 \* 9/10) = 0.495. Чтобы найти вероятность того, что хотя бы один мяч белый, можно использовать формулу P(X ≥ 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (3/10 \* 2/9) \* (2/11 \* 1/10) = 0.985.

* Ответ: а) 0.307, б) 0.495, в) 0.985.